

ÉTUDE MÉCANIQUE
DE
LA PLATINE
DE FUSIL

PAR
C. LÉBOIS

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE PRATIQUE D'INDUSTRIE
DE SAINT-ÉTIENNE

Extrait des *Annales* de la Société d'Agriculture, Industrie, Sciences, Arts
et Belles-Lettres du département de la Loire

SAINT-ÉTIENNE
IMPRIMERIE THEOLIER ET C^{ie}
12 Rue Germain, 12

—
1896

ÉTUDE MÉCANIQUE
DE
LA PLATINE
DE FUSIL

PAR

C. LEBOIS

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE PRATIQUE D'INDUSTRIE
DE SAINT-ÉTIENNE

Extrait des *Annales* de la Société d'Agriculture, Industrie, Sciences, Arts
et Belles-Lettres du département de la Loire

SAINT-ÉTIENNE
IMPRIMERIE THÉOLIER ET C^{ie}
12, Rue Cérentet, 12

—
1896

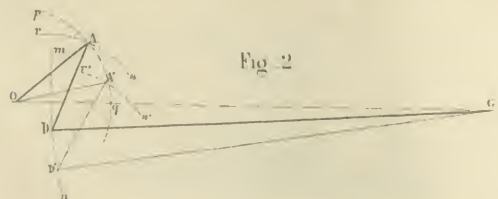
simplifier ce qui va suivre, qu'elle reste droite dans toutes ses positions et qu'elle se comporte comme un bras de levier mobile en C. Ce bras de levier et celui de la noix constituent, avec la chaînette, l'ensemble mécanique de la platine.

Comme dans cette étude nous n'avons pas à nous occuper de la forme des pièces, nous pouvons les représenter par de simples lignes droites limitées aux axes. DC sera la branche libre du ressort; A O, le levier moteur de la noix, et D A, la chaînette (Fig. 1 et 2).

La Fig. 1 représente une *platine encastrée, à rebondissant*, que nous allons prendre comme exemple. Nous admettrons, ce qui est généralement vrai dans cette platine, que le levier moteur OA de la noix ne descend pas au-dessous de la ligne OC au rebondissant.

Détermination de la position du point A pour une position donnée du point D.

Nous remarquons que D (Fig. 2) se meut sur un arc de cercle *mn* décrit de C avec une ouverture de compas égale à DC; que A se meut de même sur un arc de cercle *p q* décrit



de O avec OA pour rayon. Les deux extrémités de la chaînette se trouvent donc toujours, l'une sur le premier arc, et l'autre sur le second.

On conçoit, dès lors, qu'il suffira de connaître la position du point D pour avoir celle de A que l'on déterminera en décrivant de D, un arc *rs* avec un rayon égal à la longueur de la chaînette; le point où cet arc rencontrera l'arc *p q* sera la position de l'extrémité A de la noix. Pour une autre position D'C du ressort, la noix serait en OA'.

Nous allons examiner, d'abord par des constructions graphiques, ensuite par le calcul :

1° Les chemins parcourus par A pour des déplacements égaux de D;

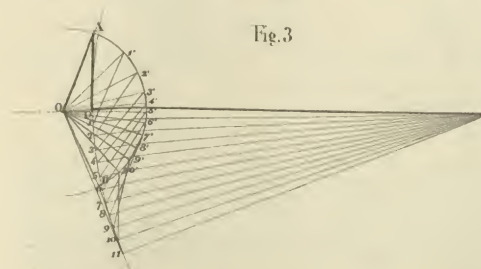
2° La force transmise en A, perpendiculairement à A O, par l'action du ressort agissant en D, et la variation de cette force pendant la *tombée* du chien;

3° Les variations de cette force lorsqu'on incline plus ou moins la chaînette sur la noix, ou lorsqu'on modifie les longueurs relatives de la noix, de la chaînette et de la branche motrice du ressort.

MÉTHODE GRAPHIQUE

a. — Chemins parcourus par A pour des déplacements égaux de D.

La branche libre du ressort étant supposée sur la ligne des axes O et C, considérons des déplacements égaux, de deux degrés par exemple, de son extrémité D (Fig. 3), et cherchons, comme il est dit plus haut, les positions correspondantes de A. Nous obtiendrons 1' 2' 3'... 11'; ces positions



correspondantes de A montrent que quand D va de D à 1, l'extrémité A de la noix parcourt l'arc A 1'; que quand D se transporte de 1 à 2, de 2 à 3, de 3 à 4..., les arcs parcourus par A sont 1' 2', 2' 3', 3' 4'...

Nous voyons que ces déplacements de A, relativement grands au départ, vont en diminuant jusqu'à la ligne O C. Ils iraient

encore en diminuant si la noix descendait au-dessous de cette ligne jusqu'en un point compris entre 6' et 7' de notre tracé, puis ils augmenteraient.

b. — **Grandeur de l'effet transmis à l'extrémité A de la noix par l'action de la branche libre du ressort agissant à l'extrémité D de la chaînette.**

Donnons à cette branche du ressort la position DC (Fig 4) qui correspond au *bandé*, la noix et la chaînette prendront les positions correspondantes OA, AD. Puis représentons, comme d'habitude, par une ligne DF, l'action ou la force du ressort. La longueur de cette ligne, 22^{m/m} par exemple, indiquera la grandeur de cette action ou de cette force que je suppose être de 22 kilogr., soit 1^{m/m} par kilogr.

Cette force DF peut être décomposée en deux autres et remplacée par elles (principe de statique) : l'une Df', dans la direction de DC, qui est détruite par le point fixe C ; l'autre Df dans la direction de la chaînette. On sait que, pour obtenir les longueurs des lignes représentant les intensités de ces forces, il suffit de mener du point F des parallèles Ff', Ff, aux directions choisies AD, DC (parallélogramme des forces).

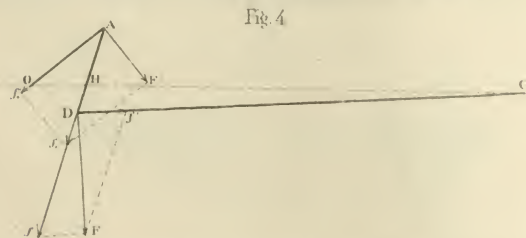


Fig. 4

Du moment que les deux forces Df' et Df peuvent remplacer DF et que la première est détruite, celle qui reste Df produira exactement le même effet que DF.

Remontons cette force Df de façon à amener son point d'application en A et décomposons-la aussi en deux autres : l'une Af', suivant AO, qui sera détruite par l'axe O, et l'autre AF', perpendiculaire à AO et appliquée en A. Cette dernière, dont l'intensité est donnée par la longueur AF', représente la grandeur de l'effet produit, à l'extrémité de la noix et per-

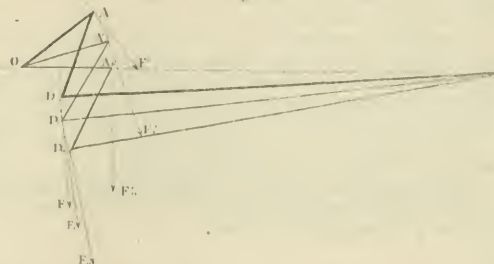
pendiculairement à elle, par l'action du ressort et par l'intermédiaire de la chaînette. C'est la force cherchée. Pour les données précédentes, elle a une valeur approximative de 12 kilogr. 8.

c. — **Variations de la force F' lorsque AO s'incline sur OC, c'est-à-dire lorsque la noix est entraînée par le ressort.**

Au bandé, dans les conditions précédentes, F' a une valeur de 12 k. 8. Si nous déterminons la grandeur de cette force pour une nouvelle position OA' de la noix et pour une même force de 22 k. en D, nous trouverons, à l'aide d'une construction semblable à la précédente, qu'elle est représentée par la longueur A'F' (Fig. 5) et qu'elle vaut 21 kilos. Elle a donc grandi.

Au rebondissant, quand la noix est couchée sur OC, elle vaudrait 26 k.

Fig. 5



Toute autre construction montrerait, avec les trois premières, que la force F' va en augmentant pendant la *tombée* du chien. Elle atteindrait son maximum au point, situé sous O C, correspondant au plus petit arc décrit par A pour des déplacements égaux de D.

Dans la position particulière de OA parallèle à DC, F' est égale à F.

Ainsi, l'effet produit par l'action d'une force constante F sur A augmente pendant la *tombée* du chien, c'est-à-dire à mesure que la noix se rapproche de la ligne OC.

Mais cette force motrice F n'est pas constante ; elle va évidemment en diminuant au fur et à mesure que le ressort se détend en entraînant la noix. En la supposant égale à 22 k. au

bandé, elle ne sera plus, par exemple, que de 16 k. à l'abattu. Ce sont donc les chiffres qui représentent la force réelle du ressort dans ses différentes positions, qu'il convient de prendre, pour déterminer les longueurs de D F, lorsqu'on veut avoir exactement la valeur correspondante de F'.

Avec ces chiffres, la force F' de 12,8 au bandé ne sera en réalité que de 18,06 au rebondissant au lieu de 26.

d. — Variations de la force F' avec l'inclinaison de la chaînette sur la noix.

Dans la FIG. 4, la chaînette fait avec la noix un angle de 32° environ au bandé. Dans ces conditions, pour une force motrice $F = 22$, la valeur de F' est de 12,8 au bandé et de 26 au rebondissant. Les variations sont donc comprises entre 12,8 et 26. Mais, je le répète, pour une force motrice F de 22 k. supposée constante.

En inclinant la chaînette sur A O, l'angle O A D diminue et aussi l'angle A D C, mais d'une quantité plus petite. Le parallélogramme des forces montre, pour ces deux raisons, que si la composante $D_1 f$ grandit, la composante A F' diminue dans un rapport plus grand et finalement diminue.

Pour un angle O A D₁ de 16°, par exemple (FIG. 6), on trouverait que F'' ne vaut au bandé que 7 k 1/2.

Dans le cas où la chaînette se confondrait avec O A, c'est-à-dire où le point D se trouverait dans le prolongement de A O, la force F' serait nulle au départ.

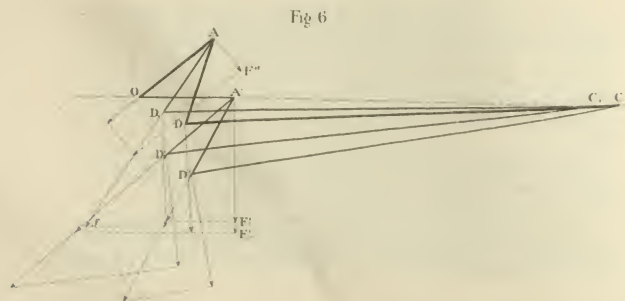


Fig. 6

Mais si, avec une plus grande inclinaison de la chaînette sur la noix, la force F' est plus petite au bandé, elle augmente plus rapidement que précédemment, pendant la tombée du chien, et, au rebondissant, elle est d'autant plus grande que l'angle que forme la chaînette avec la noix est plus petit; ce que montre la FIG. 6 qui donne les forces en A et en A' pour les deux inclinaisons A D, A D₁ de la chaînette. Pour A D faisant avec O A un angle de 32°, $F' = 12 \text{ k. } 8$ et $F'_1 = 26 \text{ k.}$; pour A D₁, faisant avec O A un angle de 16°, $F'' = 7 \text{ k. } 1/2$ et $F'_1 = 27 \text{ k.}$

Dans cette figure, la chaînette a conservé sa longueur A D. On a dû alors déplacer le ressort vers la gauche d'une quantité C C₁, et diminuer l'angle O C D que forme sa branche libre avec la ligne des axes O C. Si on voulait conserver à cet angle sa valeur première, il faudrait évidemment allonger la chaînette.

Variation de la course de la branche motrice du ressort pendant la tombée du chien, lorsqu'on fait varier l'angle d'inclinaison de la chaînette sur la noix. — Supposons d'abord le cas où cette branche fait un même angle avec O C, lorsqu'on incline la chaînette. Soient A D, A 3₁, A 2₁, A 1₁ et A 4₁, A 5₁, A 6₁, diverses positions de la chaînette au bandé (FIG. 7). Au rebondissant les positions correspondantes de D seront D', 3', 2', 1', 4', 5', et 6', et on aura, pour la course de D, les arcs D D', 3₁ 3', 2₁ 2', 1₁ 1', 4₁ 4', 5₁ 5', et 6₁ 6'. On voit aisément que ces arcs diminuent de 6₁ 6' à 1₁ 1'; c'est-à-dire qu'ils diminuent lorsqu'on incline la chaînette sur la noix.

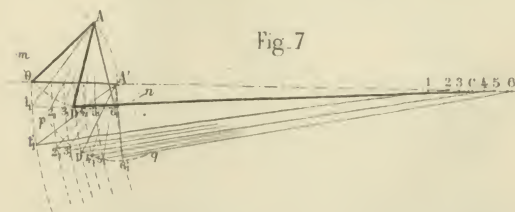


Fig. 7

Si la chaînette conservait la même longueur, les positions du point D se trouveraient sur un arc m n décrit de A, au bandé, et au rebondissant sur un arc p q décrit de A'.

Les déplacements de D étant limités à ces arcs qui se rap-

prochent vers la gauche, on voit que, là encore, les déplacements sont d'autant plus petits que l'angle formé par la chaînette et la noix est plus petit.

En résumé, lorsqu'on incline la chaînette sur la noix : 1° on diminue la force F' au bandé, et on l'augmente, mais dans une proportion moindre, au rebondissant; 2° on diminue la course du ressort, pendant la tombée du chien.

d. — Examen de la variation de F' quand on fait varier la longueur du ressort, la longueur de la noix et celle de la chaînette.

Ces modifications de longueurs ont pour effet de faire varier F' et l'angle de déplacement de la branche libre du ressort. Afin de simplifier ce qui va suivre, nous admettrons toujours que le ressort conserve sa même force en rebondissant, bien qu'il se détende plus ou moins.

1° Variation de la longueur du ressort. — Si l'on augmente la longueur du ressort, l'angle ADC augmente, soit au bandé, soit au rebondissant. La composante Df diminue et avec elle la force en A.

D'autre part, l'angle de déplacement de DC est diminué; car, pour un même arc décrit par D, l'angle correspondant diminue puisque le rayon augmente. Le ressort, par suite, se détend moins.

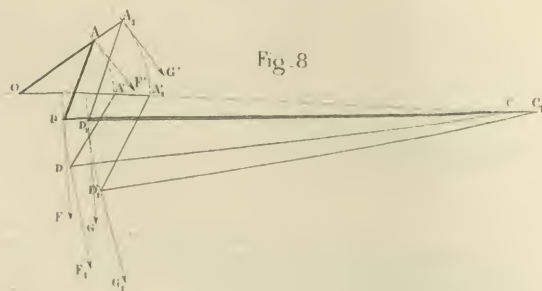


Fig. 8

2° Variation de la longueur de la noix. — Considérons 2 longueurs OA, OA₁ (Fig. 8). Le ressort qui dans les deux cas fait le même angle avec OC au bandé, sera en DC pour la longueur OA et en D₁ C₁ pour la longueur OA₁. Les deux positions AD, A₁ D₁ de la chaînette sont parallèles. Au bandé, les deux forces égales DF, D₁ G, produisent le même effet en A, A₁ à cause du parallélisme des lignes AD, A₁ D₁.

Au rebondissant, avec la longueur OA, la branche motrice vient occuper la position D'C et elle prend la position D'₁ C₁ avec une longueur de noix OA₁ en se détendant davantage. Dans ce dernier cas, l'angle OA₁ D₁ étant légèrement plus grand que OA'D' et les angles en D' et D'₁ sensiblement égaux, il s'ensuit que, pour deux forces égales du ressort D'F₁ et D'₁ G₁, la force transmise en A₁ est un peu supérieure à celle transmise en A'.

e. Influence de la longueur de la chaînette.

Si nous augmentons la longueur de la chaînette d'une moitié, par exemple (Fig. 9), la branche motrice du ressort prendra la position C₁ D₁ au bandé et fera avec AD₁ un angle AD₁ C₁ plus petit que précédemment. Dès lors, la composante

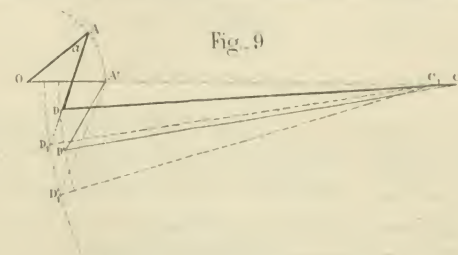


Fig. 9

que nous avons appelée Df devient plus grande avec une même tension du ressort et donne lieu en A à une force F' plus grande que celle qui a été trouvée pour une longueur de chaînette AD.

Au rebondissant, l'angle OA'D₁ est plus grand que OA'D'; d'autre part, les angles en D' et D'₁ étant sensiblement égaux, la force F₁' qu'on obtient avec la longueur

de chaînette A D, sera plus grande que la force F' obtenue avec la longueur A D.

Ainsi une augmentation de longueur de chaînette augmente la force F' agissant en A. Le contraire se produirait si on diminuait la longueur de la chaînette.

Mais la course D, D', du point D du ressort est augmentée dans le 1^{er} cas et diminuée dans le second.

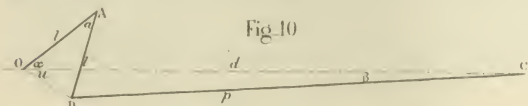
MÉTHODE ALGÈBRE

a. — Détermination de la position de A pour une position donnée de D, ou calcul de l'angle AOD en fonction de l'angle OCD.

Appelons α cet angle et β l'angle donné formé par la ligne OC et la grande branche DC du ressort (Fig. 10).

Si nous unissons O et D, nous obtenons deux triangles AOD et OCD ayant un côté commun OD variable avec β . Leurs autres côtés AO, AD, OC, DC, sont connus et restent constants pendant le déplacement de D.

Pour simplifier l'écriture, représentons les côtés par les lettres l, l', d et p , les angles OAD et COD par a et par u .



Nous remarquons que l'angle α ne fait partie d'aucun des deux triangles considérés. Nous ne pourrions alors en avoir la valeur qu'en retranchant de l'angle AOD ou $(\alpha + u)$ appartenant au triangle AOD, l'angle u du triangle COD.

Cherchons les valeurs de ces angles :

Celle du premier est donnée par la relation

$$\frac{\sin (\alpha + u)}{l'} = \frac{\sin a}{OD}$$

fournie par le triangle AOD, d'où l'on tire

$$\sin (\alpha + u) = \frac{l'}{OD} \sin a; \quad (1)$$

et celle du second, par la relation semblable

$$\frac{\sin u}{p} = \frac{\sin \beta}{OD},$$

d'où l'on tire également

$$\sin u = \frac{p}{OD} \sin \beta. \quad (2)$$

Mais ces deux formules (1) et (2) contiennent deux inconnues OD et a . On les détermine de la façon suivante, en fonction des côtés donnés des deux triangles et de l'angle β .

1^{re} EXPRESSION DE OD

Le triangle OCD fournit

$$OD^2 = d^2 + p^2 - 2dp \cos \beta.$$

Les quantités $(d^2 + p^2)$ et $-2dp$ étant constantes, nous pouvons les représenter par K^2 et $-C^2$, et on aura

$$OD^2 = K^2 - C^2 \cos \beta$$

$$\text{et} \quad OD = \sqrt{K^2 - C^2 \cos \beta}. \quad (3)$$

2^{re} EXPRESSION DE COS a

Les deux triangles considérés donnent

$$OD^2 = l^2 + l'^2 - 2ll' \cos a,$$

$$\text{et} \quad OD^2 = p^2 + d^2 - 2pd \cos \beta.$$

Les seconds membres de ces deux équations, égaux à OD^2 , sont égaux entre eux et l'on peut écrire

$$l^2 + l'^2 - 2ll' \cos a = p^2 + d^2 - 2pd \cos \beta,$$

d'où l'on tire

$$l^2 + l'^2 - (p^2 + d^2) + 2pd \cos \beta = 2ll' \cos a$$

$$\text{et} \quad \cos a = \frac{l^2 + l'^2 - (p^2 + d^2) + 2pd \cos \beta}{2ll'}.$$

Le premier terme de la valeur de $\cos a$ est constant, il en est de même du coefficient de $\cos \beta$; comme précédemment, nous simplifierons l'écriture de cette expression en remplaçant les constantes par K^2 et C^2 . Dans la pratique, d et p étant toujours plus grands que l et l' , K^2 est négatif.

On a

$$\cos a = C^2 \cos \beta - K^2 \quad (4)$$

Connaissant OD et a , on calculera facilement $\sin (a + u)$ et $\sin u$, et, avec ces lignes trigonométriques, on obtiendra par l'emploi des tables la somme $(a + u)$ et u . En retranchant u de cette somme, on aura enfin l'angle cherché α .

b. — Examen de la variation de α lorsqu'on fait varier β ; c'est-à-dire lorsque le ressort entraîne la noix.

On voit facilement que si β augmente, α diminue d'abord jusqu'à 0, puis qu'il change de signe. Il grandit ensuite et atteindrait sa valeur maximum dans la position en ligne droite de la noix et de la chaînette.

Cas particuliers : 1° Le point D est supposé sur OC. — L'angle β est nul. La valeur de α peut facilement être calculée puisque, dans ce cas, le triangle AOD est déterminé, le côté OD étant devenu égal à $d - p$.

Nous tirerons cette valeur de α de la relation

$$l'^2 = l^2 + OD^2 - 2l \times OD \cos \alpha$$

qui nous donne

$$2l \times OD \cos \alpha = l^2 + OD^2 - l'^2$$

et

$$\cos \alpha = \frac{l^2 + OD^2 - l'^2}{2l \times OD}.$$

2° Les deux angles α et β sont égaux. — Dans ce cas, la chaînette fait avec la noix et la branche motrice deux angles égaux et comme ils ont la position d'angles alternes-internes, la noix et la branche du ressort sont parallèles.

3° La noix et la chaînette sont supposées en ligne droite. La valeur de α sera donnée par le triangle OCD ayant ses 3 côtés connus, OC, DC et OAD = OA + AD.

c — Détermination de la force F' en fonction de la force F , ou de l'effet produit en A et normalement à OA, par la branche motrice du ressort et par l'intermédiaire de la chaînette.

Comme nous l'avons montré plus haut, on décompose F en deux forces : Df détruite par l'axe C et Df dans le prolongement de la chaînette.

Le triangle DfF (Fig. 11) donne

$$DF \text{ ou } F = Df \sin DfF,$$

et, en remplaçant DfF par ADC,

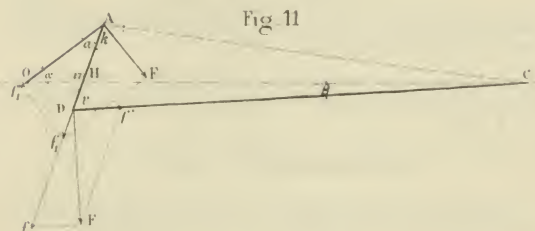
$$F = Df \sin ADC;$$

d'où

$$Df = \frac{F}{\sin ADC}$$

$$\text{et } Df = \frac{F}{\sin v}, \quad (5)$$

si l'on représente par v l'angle ADC.



La force Df transportée en Af_1 est à son tour remplacée par les deux composantes Af_1 détruite par l'axe O, et AF' ou F' agissant normalement à OA pour faire tomber le chien.

La valeur de cette force F' qui représente la grandeur de l'action du ressort en A est, en considérant le triangle rectangle Af_1F' ,

$$F' = Af_1 \sin Af_1 F' \\ \text{ou } F' = Df \sin a,$$

et, en remplaçant Df par sa valeur (5)

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin v}. \quad (6)$$

Comme aucune formule ne donne l'angle v , nous allons le remplacer par les angles déterminés a et β .

La somme des angles ADC et β du triangle DHC étant supplémentaire de l'angle w est égale à la somme des angles a et α du triangle AOH , somme qui est aussi supplémentaire du même angle w . On peut donc écrire

$$v + \beta = a + \alpha \\ \text{et } v = a + \alpha - \beta.$$

En remplaçant v par cette valeur, la formule (6) devient

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin (a + \alpha - \beta)}. \quad (6 \text{ bis})$$

Nous avons ainsi la valeur de F' en fonction de F et des angles a , α et β . Ce dernier angle seul est donné avec F ; on calculera a et α avec les formules précédentes qui ont été déterminées pour avoir la position de A par rapport à D .

Mais, pour calculer F' , il est plus rationnel de se donner l'angle α qui représente la tombée du chien, quo l'angle β dont l'importance est secondaire.

Nous allons, en conséquence, chercher une nouvelle formule de F' en fonction de F , de α et des longueurs données l , l' , d et p .

1° DÉTERMINATION DE L'ANGLE v

Je joins les deux points A et C . Les deux triangles ADC et AOC (Fig. 11) donnent :

$$AC^2 = l^2 + d^2 - 2ld \cos \alpha, \\ AC^2 = l'^2 + p^2 - 2l'p \cos v;$$

$$\text{d'où } l^2 + d^2 - 2ld \cos \alpha = l'^2 + p^2 - 2l'p \cos v, \\ 2l'p \cos v = l'^2 + p^2 + 2ld \cos \alpha - (l^2 + d^2),$$

$$\text{et } \cos v = \frac{l'^2 + p^2 + 2ld \cos \alpha - (l^2 + d^2)}{2l'p}. \quad (7)$$

2° DÉTERMINATION DE L'ANGLE a

Cet angle ne faisant partie d'aucun des triangles ADC et AOC , nous ne pouvons l'obtenir qu'en calculant l'angle $OAC = a + DAC = a + k$ appartenant au triangle AOC et l'angle k du triangle ADC ; puis en retranchant k de la somme $(a + k)$.

Expression de $(a + k)$. — On l'obtient, en considérant le 1^{er} triangle en fonction de AC qui est connu, puisque

$$AC^2 = l^2 + d^2 - 2ld \cos \alpha.$$

$$\text{on a } \frac{\sin (a + k)}{d} = \frac{\sin \alpha}{AC}$$

$$\text{et } \sin (a + k) = \frac{d}{AC} \sin \alpha. \quad (8)$$

Expression de k . — Cette expression est fournie par le triangle ADC .

$$\frac{\sin k}{p} = \frac{\sin v}{AC};$$

$$\text{d'où } \sin k = \frac{p}{AC} \sin v. \quad (9)$$

EXEMPLES NUMÉRIQUES

Nous allons, comme exemples, calculer avec ces dernières formules, F' au bandé et F'_1 au rebondissant avec les données suivantes :

- 1° Effort du ressort au bandé. . . . $F = 22 \text{ k}$
- 2° — — rebondissant. . . $F_1 = 16 \text{ k}$
- 3° Longueur du levier de la noix. . . $l = 12 \text{ m/m}$
- 4° Longueur de la chaînette. . . . $l' = 11 \text{ m/m}, 2$
- 5° Distance entre les points O et C . $d = 62 \text{ m/m}, 5$
- 6° Longueur de la branche motrice.
du ressort. $p = 57 \text{ m/m}$
- 7° Angle de tombée du chien $\alpha = 37^\circ$

1^{er} exemple : Calcul de F' ou de la force en A au bandé.

On a, formule (6),

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin v}.$$

1° CALCUL DE v

Nous avons trouvé (7)

$$\cos v = \frac{l^2 + p^2 + 2ld \cos \alpha - (l^2 + d^2)}{2lp},$$

ou, en remplaçant les lettres par les données précédentes,

$$\cos v = \frac{11,2^2 + 57^2 + 2 \times 12 \times 62,5 \times \cos 37^\circ - (12^2 + 62,5^2)}{2 \times 11,2 \times 57},$$

et, après calculs effectués sur les nombres,

$$\cos v = \frac{522,19}{1276,8}.$$

$$\log \cos v = \log 522,19 - \log 1276,8.$$

$$\log 522,19 = 2,71783$$

$$- \log 1276,8 = 4,89388$$

$$\log \cos v = 1,61171$$

$$\text{et angle } v = 65^\circ 52'.$$

2° CALCUL DE AC

$$AC = \sqrt{l^2 + d^2 - 2ld \cos \alpha}$$

$$\text{ou } AC = \sqrt{12^2 + 62,5^2 - 2 \times 12 \times 62,5 \cos 37^\circ}$$

$$AC = \sqrt{2852,25}.$$

3° CALCUL DE (a + k)

$$\text{Formule (8), } \sin(a + k) = \frac{d}{AC} \sin \alpha.$$

$$\sin(a + k) = \frac{62,50}{\sqrt{2852,25}} \sin 37^\circ,$$

$$\text{ou } \log \sin(a + k) = \log 62,50 + \log \sin 37^\circ - \frac{1}{2} \log 2852,25.$$

$$\log 62,50 = 1,79588$$

$$\log \sin 37^\circ = 1,77946$$

$$- \frac{1}{2} \log 2852,25 = 2,27241$$

$$\log \sin(a + k) = 1,84775$$

$$\text{d'où } (a + k) = 135^\circ 14'.$$

4° CALCUL DE h.

$$\text{formule (9), } \sin k = \frac{p}{AC} \sin v.$$

$$\sin k = \frac{57}{\sqrt{2852,25}} \sin 65^\circ 52',$$

$$\text{ou } \log \sin k = \log 57 + \log \sin 65^\circ 52' - \frac{1}{2} \log 2852,25$$

$$\log 57 = 1,75587$$

$$\log \sin 65^\circ 52' = 1,96022$$

$$- \frac{1}{2} \log 2852,25 = 2,27241$$

$$\log \sin k = 1,9850$$

Les valeurs données par ce logarithme sont $76^\circ 54'$ et $180 - 76^\circ 54' = 103^\circ 6'$

L'angle k étant obtus, c'est cette dernière valeur qu'il faut prendre.

$$\text{angle } k = 103^\circ 6'.$$

5° CALCUL DE a.

$$a = (a + k) - k,$$

$$a = 135^\circ 14' - 103^\circ 6' = 32^\circ 8'.$$

Pour avoir enfin la valeur de F' il suffira de remplacer, dans la formule

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin v},$$

F par 22, a par 32° 8' et v par 65° 52', ce qui donne

$$F' = 22 \frac{\sin 32^\circ 8'}{\sin 65^\circ 52'};$$

ou $\log F' = \log 22 + \log \sin 32^\circ 8' - \log \sin 65^\circ 52'$.

$$\begin{aligned} \log 22 &= 1,34 \ 242 \\ \log \sin 32^\circ 8' &= 1,72 \ 582 \\ - \log \sin 65^\circ 52' &= 0,03 \ 972 \\ \log F' &= 1,10 \ 796 \end{aligned}$$

d'où $F' = 12 \text{ k.82}$.

2° exemple : Calcul de F'_1 ou de la force en Λ' au rebondissement.

Dans cette position de la noix, l'action du ressort est, avons-nous dit, de 16^k.

On aura

$$F'_1 = 16 \times \frac{\sin a}{\sin v}.$$

1° CALCUL DE v

La formule (7) qui donne la valeur de v se réduit à

$$\cos v = \frac{l^2 + p^2 - A'C^2}{2lp},$$

puisque A'C est connu ; il est égal à $d - l$; ou en remplaçant les lettres par les nombres, et, après calculs effectués,

$$\cos v = \frac{824,19}{1 \ 276,8} ;$$

$$\log \cos v = \log 824,19 - \log 1 \ 276,8.$$

$$\begin{aligned} \log 824,19 &= 2,91 \ 603 \\ - \log 1 \ 276,8 &= 4,89 \ 388 \\ \log \cos v &= 1,80 \ 991 \end{aligned}$$

$v = 49^\circ 48'$.

2° CALCUL DE k

Par analogie, nous tirerons a de $(a + k)$ dont nous retrancherons k.

Expression de k.

$$\sin k = \frac{p}{\Lambda C} \times \sin v = \frac{p}{d - l} \sin v,$$

puisque ΛC devient $d - l$,

$$\text{ou } \sin k = \frac{57}{50,5} \sin 49^\circ 48'.$$

$$\log \sin k = \log 57 + \log \sin 49^\circ 48' - \log 50,5$$

$$\begin{aligned} \log 57 &= 1,75 \ 587 \\ \log \sin 49^\circ 48' &= 1,88 \ 298 \\ - \log 50,5 &= 2,29 \ 671 \\ \log \sin k &= 1,93 \ 556 \end{aligned}$$

Et k qui doit être obtus = 120° 27'.

3° CALCUL DE a

La ligne OA étant couchée sur OC, $(a + k) = 180$.

Donc $a = 180^\circ - 120^\circ 27' = 59^\circ 33'$.

Ces valeurs d'angle introduites dans la formule de F'_1 donnent :

$$F'_1 = 16 \frac{\sin 59^\circ 33'}{\sin 49^\circ 48'};$$

$$\text{ou } \log F'_1 = \log 16 + \log \sin 59^\circ 33' - \log \sin 49^\circ 48'.$$

$$\begin{aligned} \log 16 &= 1,20 \ 412 \\ \log \sin 59^\circ 33' &= 1,93 \ 556 \\ \log \sin 49^\circ 48' &= 0,11 \ 702 \\ \log F'_1 &= 1,25 \ 670 \end{aligned}$$

et $F'_1 = 18 \text{ k.,06}$.

d. — Variation du rapport $\frac{F'}{F}$ quand la noix pivote sur son axe O.

Nous avons trouvé (page 16),

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin v}.$$

Les angles a et v n'ayant entre eux que des relations très complexes, il est impossible de trouver une formule simple pour discuter avec facilité les variations du rapport de leurs sinus.

Mais le calcul montre, comme la construction graphique (Fig. 3), que les arcs parcourus par A vont en diminuant, pendant la tombée du chien, pour des déplacements égaux de D. Cette constatation suffit pour faire voir que F' grandit par rapport à F . En effet, supposons des déplacements très petits et égaux d de l'extrémité D de la branche motrice du ressort, et soient a et a' les déplacements correspondants et successifs de A. Si F' et F'' sont les forces moyennes agissant en A pendant les parcours a et a' et si on représente par F la force motrice supposée constante, on aura, en vertu du théorème sur le travail des forces :

$$F' a = F d,$$

$$F'' a' = F d,$$

et

$$F' a = F'' a'.$$

Or, comme a est plus grand que a' , il s'ensuit que F'' sera plus grande que F' . La force en A va donc en augmentant tant que les arcs décrits par A diminuent.

Je dois à M. Sevoz, professeur de mathématiques à l'Ecole, la relation suivante qui permet de discuter très aisément le rapport des deux forces F' et F lorsque les extrémités de la chaînette se trouvent de chaque côté de la ligne O C.

Dans la formule

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin v},$$

on remplace le rapport des sinus par un produit de deux rapports ne comprenant que des lignes et qui sont fournis par les deux triangles A O H et H D C (Fig. 12).

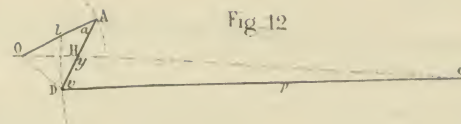


Fig. 12

Le premier donne

$$\frac{\sin y}{l} = \frac{\sin a}{OH},$$

et le second

$$\frac{\sin y}{p} = \frac{\sin v}{HC}.$$

En divisant membre à membre ces deux équations, il vient

$$\frac{\frac{\sin y}{l}}{\frac{\sin y}{p}} = \frac{\frac{\sin a}{OH}}{\frac{\sin v}{HC}},$$

ou

$$\frac{p}{l} = \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{HC}{OH},$$

et, en divisant les deux membres de cette dernière équation

par $\frac{HC}{OH}$,

$$\frac{\sin a}{\sin v} = \frac{p}{l} \times \frac{OH}{HC}.$$

La valeur de F' peut donc encore être exprimée par

$$F' = F \times \frac{p}{l} \times \frac{OH}{HC}. \quad (10)$$

Discussion de cette formule. — On remarque que $\frac{p}{l}$

est constant; seul le rapport $\frac{OH}{HC}$ varie. Examinons ce qu'il devient quand OA, sous l'action du ressort, pivote sur son axe.

Nous allons supposer, ce qui est vrai dans la pratique, que D ne s'élève jamais au-dessus de OC et que A s'arrête au rebondissant sur OC, bien que, dans quelques platines, il descende légèrement au-dessous.

On voit aisément que, lorsque la noix s'incline sur OC, la chaînette est transportée vers l'axe C, puisque D s'éloigne de O et que A se rapproche de C; par suite H va du côté de C et OH grandit, tandis que HC diminue. Pour ce double motif $\frac{OH}{HC}$ grandit et, avec lui, la force F' par rapport à F.

Le rapport $\frac{OH}{HC}$ a sa valeur minimum, entre les deux limites adoptées, quand DC se trouve sur OC, alors $OH = d - p$, $HC = p$

et
$$\frac{OH}{HC} = \frac{d - p}{p}.$$

La valeur correspondante ou le minimum de F' est

$$F' = F \times \frac{p}{l} \times \frac{d - p}{p} = F \times \frac{d - p}{l}. \quad (11)$$

Avec les données précédentes :

$$d = 62,5, p = 57 \text{ et } l = 12$$

$$F' = F \times \frac{62,5 - 57}{12} = F \times \frac{5,5}{12}.$$

Pour $F = 24 \text{ k}$, F' vaudrait 11 k.

Le rapport $\frac{OH}{HC}$ aura, au contraire, la valeur maximum qu'il peut prendre, entre les mêmes limites, quand le levier de la noix sera couché sur OC. Dans ce cas $OH = l$, $HC = d - l$, et

$$\frac{OH}{HC} = \frac{l}{d - l}.$$

La valeur correspondante de F' est

$$F_1' = F_1 \times \frac{p}{l} \times \frac{l}{d - l} = F_1 \frac{p}{d - l}, \quad (12)$$

ou, avec les valeurs numériques ci-dessus et $F_1 = 16 \text{ k}$

$$F_1' = 16 \times \frac{57}{50,5} = 18,06.$$

En résumé F' varie entre les limites $\frac{d - p}{l} \times F$ et

$\frac{p}{d - l} \times F_1$, ou, avec les données précédentes, entre les limites numériques 11 et 18,06.

Du moment qu'au départ elle est plus petite que la force du ressort et qu'à l'arrivée elle est plus grande, il existe une position de la noix pour laquelle elle lui est égale. Dans ce cas, le produit $\frac{p}{l} \times \frac{OH}{HC}$ est évidemment égal à 1 et $\frac{OH}{HC}$ est l'inverse de $\frac{p}{l}$. Si $\frac{p}{l} \times \frac{OH}{HC}$ vaut 1, son égal $\frac{\sin a}{\sin v}$ vaut aussi 1 et $\sin a = \sin v$, ou angle $a =$ angle v . Ce qui signifie que le bras de levier de la noix et la branche motrice du ressort sont parallèles : car les angles égaux a et v , formés par ces deux lignes et la chaînette, ont la position d'angles alternes-internes.

Le levier de la noix passant sous OC, F' continue à grandir un peu avec le rapport $\frac{OH}{HC}$, prend une valeur maximum et diminue ensuite. Cette force deviendrait égale à 0, si la noix et la chaînette, toujours entraînées par le ressort, se disposaient en ligne droite.

c. — Variations de la force F' avec l'inclinaison de la chaînette sur la noix.

Pour incliner davantage la chaînette sur la noix en conservant au ressort sa même longueur, il faut évidemment rap-

procher le point C de O. Le rapport $\frac{p}{l}$ ne change pas ; mais au bandé OH diminue ainsi que HC. Seulement la diminution de HC est faible relativement à celle de OH. Le rapport $\frac{HO}{HC}$ devient alors plus petit et F' diminue.

Au rebondissant, le contraire a lieu ; car OH reprend sa valeur l de l'inclinaison première, et comme HC a diminué, la force F' augmente.

Si, au bandé, la chaînette pouvait se confondre avec la noix, le point H se placerait en O ; le rapport $\frac{OH}{HC}$ serait nul et la force F' deviendrait égale à O.

Nous devons faire observer que la course du ressort varie avec l'inclinaison de la chaînette ; elle diminue avec une diminution de l'angle a.

f. — Examen de la variation de F' quand on fait varier successivement la longueur du ressort, la longueur du levier de la noix et celle de la chaînette.

1° Variation de la longueur du ressort. — Augmentons, par exemple, cette longueur de la quantité m. Puisque toutes les autres données sont restées les mêmes et que l'inclinaison de la chaînette sur la noix est supposée n'avoir pas changé au bandé (Fig. 13), nous admettrons que la ligne OC est aussi augmentée de m ; car la valeur de l'angle β varie très peu avec l'allongement, d'ailleurs assez faible, qu'on peut désirer pour le ressort.

Si nous introduisons dans la formule de F' les nouvelles valeurs en fonction des anciennes, nous obtiendrons

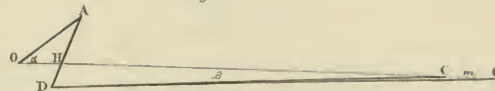
$$F' = F \times \frac{p + m}{l} \times \frac{OH}{HC + m},$$

$$F' = F \times \frac{p \times OH + m \times OH}{l \times HC + m \times l};$$

Ou encore, en mettant OH et l en facteur commun,

$$F' = F \times \frac{OH}{l} \times \frac{p + m}{HC + m}.$$

Fig. 13



Avant l'allongement du ressort, l'expression $\frac{p}{l} \times \frac{OH}{HC}$ ou $\frac{OH}{l} \times \frac{p}{HC}$ multipliée par F donnait F'. Maintenant cette ex-

pression a les deux termes p et HC du rapport $\frac{p}{HC}$ augmentés d'une même quantité m ; or, comme ce rapport est plus grand que l'unité, il diminue ; par suite F' diminue.

Avec D sur OC, la formule $F' = F \frac{d - p}{l}$ qui donne la valeur de F' dans ce cas particulier, devient

$$F' = F \frac{d + m - (p + m)}{l},$$

ou, après simplification,

$$F' = F \frac{d - p}{l},$$

Quand D se trouve sur OC, une variation de longueur du ressort ne modifie donc pas la valeur de F'

Mais avec A sur OC, on a, formule (12),

$$F' = F \frac{p + m}{d + m - l} = F \frac{p + m}{d - l + m}.$$

Les deux termes de l'expression plus grande que l'unité $\frac{p}{d - l}$ qui, multipliée par F, donnait la valeur de F' avant l'allongement du ressort sont ainsi augmentés d'une même quantité m. Par suite, cette expression diminue et avec elle la force F'.

La formule

$$F' = F \frac{\sin a}{\sin v}$$

montre plus facilement ce que devient F' au bandé quand on augmente la longueur du ressort. Nous remarquons, en effet, que l'angle a ne change pas de valeur puisque nous avons admis que la chaînette, au bandé, faisait le même angle avec la noix; mais l'angle v augmente légèrement. Par conséquent, F' diminue avec le rapport $\frac{\sin a}{\sin v}$.

Le résultat serait évidemment inverse avec une diminution de longueur du ressort.

2° *Variation de longueur de la noix.* — Soit une augmentation de longueur. Nous supposons aussi qu'au bandé l'inclinaison de la chaînette reste la même et que l'angle β ne varie pas. Le ressort devra alors être transporté vers la droite parallèlement à lui-même, ce qui entraînera une augmentation de longueur de la chaînette.

Au bandé, les deux angles a et v n'ayant pas changé de valeur, la force $F' = F \frac{\sin a}{\sin v}$ ne change pas non plus de valeur.

Mais, au rebondissant, F'_1 augmente. En effet,

Soient m l'allongement de la noix et m' le déplacement du ressort vers la droite; $m > m'$; la longueur de la noix devient $l + m$ et la distance OC_1 prend la valeur $d + m'$. Ces nouvelles valeurs introduites dans la formule donnent

$$F'_1 = F_1 \frac{p}{d - l};$$

$$F'_1 = F_1 \frac{p}{d + m' - (l + m)} = F_1 \frac{p}{d - l + (m' - m)};$$

m étant plus grand que m' , le dénominateur diminue et F' augmente.

3° *Variation de longueur de la chaînette.* — Soit aussi une augmentation de longueur. Nous supposons toujours que les autres grandeurs restent les mêmes et qu'au bandé l'angle a conserve sa valeur. Cette augmentation de longueur aura

done pour effet de rapprocher le point C du point O , d'une quantité m , par exemple, d'augmenter l'angle β et de diminuer l'angle v . Par suite, le rapport $\frac{\sin a}{\sin v}$ augmentera et avec lui F' .

A l'abattu, F'_1 aurait pour valeur :

$$F'_1 = F_1 \frac{p}{d - m - l} = F_1 \frac{p}{d - l - m},$$

et aurait également augmenté.

Remarque. — Il est à remarquer que toute variation augmente ou diminue la course du ressort et fait varier F_1 à l'abattu. On devrait alors, pour ces différents cas, chercher la valeur de F_1 . Mais on peut, du moins approximativement dans la pratique, réaliser deux ressorts tels que leurs forces soient égales au bandé et égales à l'abattu, pour deux courses inégales et déterminées.

En résumé :

1° La force F' grandit pendant la tombée du chien.

2° Lorsqu'on diminue l'angle a d'inclinaison de la chaînette sur la noix, la force F' en A au bandé est diminuée; mais elle augmente au rebondissant; elle croît ainsi plus rapidement pendant la tombée du chien. La course du ressort est aussi diminuée et avec elle le travail transmis au chien.

Le contraire se produit avec une augmentation de l'angle a .

3° A une augmentation ou à une diminution de la longueur du ressort correspond, dans une faible mesure toutefois, une diminution ou une augmentation de la force F' pendant la tombée du chien.

4° Un allongement du levier moteur de la noix ne modifie pas la force F' au bandé, mais l'augmente au rebondissant. Avec cet allongement, la course du ressort est en outre sensiblement augmentée et, parlant, le travail transmis au chien.

Le contraire a évidemment lieu pour une diminution de longueur de la noix.

5° Lorsqu'on fait varier la longueur de la chaînette, la force F' et la course du ressort varient dans le même sens ; mais dans une assez faible mesure.

INFLUENCE DE LA COURBURE DU RESSORT

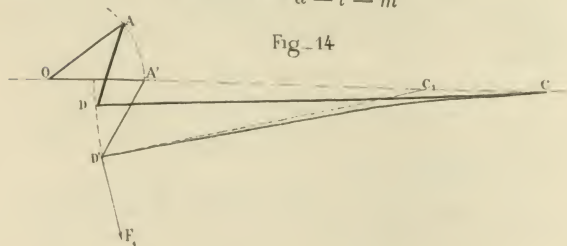
Dans ce qui précède nous avons supposé que la branche du ressort était droite dans toutes ses positions et qu'elle tournait autour de C. En réalité, cette branche n'est droite qu'au bandé. Pendant la tombée du chien, elle se courbe en se déformant sur toute sa longueur. A l'abattu, elle prend la forme donnée par la Fig. 14. Mais, dans l'une quelconque de ses positions, nous obtiendrions le même résultat en la remplaçant par un bras de levier tangent à son extrémité et qui oscillerait autour du point qu'il déterminerait sur OC. Ainsi à l'abattu, le levier D'C₁ tangent au ressort en D' produirait en A' avec la force F₁ le même effet que le ressort.

Examinons ce qu'est cet effet par rapport à l'action du ressort restant droit comme nous l'avons supposé jusqu'à présent.

On voit aisément que nous tombons dans le cas d'un ressort dont on diminue la longueur, par suite la valeur de F' augmente (page 26) pendant la tombée du chien.

Cette valeur, à l'abattu, si nous représentons CC₁ par m, est

$$F'_1 = F_1 \times \frac{p - m}{d - l - m}.$$



Exemple numérique. — D'après la Fig. ci-contre, la longueur du levier D'C₁ pouvant remplacer le ressort courbé à l'abattu est approximativement 40 m/m, CC₁ ou m est alors

57 — 40 = 17. Toutes les autres lettres représentant les mêmes grandeurs, on aura

$$F'_1 = 16 \times \frac{57 - 17}{62,50 - 12 - 17} = 16 \times \frac{40}{33,50} = 19^k,1.$$

Or, avec un levier D'C, on trouve

$$F'_1 = F_1 \times \frac{p}{d - l} = 16 \times \frac{57}{62,5 - 12} = 18^k,06.$$

Ainsi avec la courbure du ressort de la Fig. 14 qui a été relevée sur l'une des platines à notre disposition pour cette étude, l'augmentation de la force F'₁ est environ de 1 kilog. au rebondissant. Au bandé, le ressort étant droit, rien n'est évidemment changé à ce qui a été dit plus haut.

EFFORT A FAIRE POUR ARMER LE CHIEN

Cet effort est celui qui est nécessaire pour vaincre l'action du ressort en A, c'est-à-dire la force F'. Je fais abstraction des résistances passives de frottement. La force F' étant variable, l'effort sur la tête du chien, dans ses différentes positions, est aussi variable.

Le chien et la noix sont rendus solidaires par l'axe moteur ; ils forment en réalité un levier coudé dont l'un des bras L, que nous appellerons bras de la puissance, est représenté par la longueur du chien, ou plutôt par la distance à l'axe O du point de la tête du chien où s'exerce le milieu du pouce ; nous le supposons égal à 36 m/m. L'autre bras, ou bras de la résistance, est la distance l du point d'attache de la chaînette à l'axe ; il vaut par exemple 12 m/m. L'effort P du pouce agit alors à l'extrémité du grand bras de levier L et F' à l'extrémité du petit bras l.

Pendant qu'on relève le chien, et à un moment quelconque, les deux forces se font équilibre. Or, on sait que lorsqu'un levier est en équilibre, le moment de la puissance, ou le produit de la puissance par son bras de levier, est égal au moment de la résistance, ou produit de cette résistance par son bras de levier.

$$P \times L = F' \times l$$

et

$$P = F' \times \frac{l}{L}.$$

Pour obtenir l'effort, il suffit donc de multiplier la force F' par la longueur du petit bras l , puis de diviser ce produit par la longueur du grand bras.

Avec $L = 36$, $l = 12$ et F' à l'abattu = 19,

$$P = 19 \times \frac{11}{33} = 6^{\text{a}}, 33.$$

Au bandé, F' étant égal à $12^{\text{a}}, 8$,

$$P \text{ vaut } 12,8 \times \frac{11}{33} = 4^{\text{a}}, 37.$$

De telle sorte que l'effort nécessaire à armer le chien varie de $6^{\text{a}}, 33$ à $4^{\text{a}}, 37$.

De la formule précédente, on peut encore tirer

$$\frac{P}{F'} = \frac{l}{L}.$$

Ce qui exprime que P est à F' comme l est à L , c'est-à-dire que si l est le $\frac{1}{3}$ ou le $\frac{1}{4}$ de L , P sera le tiers ou le quart de F' .

Nous avons vu que la force F' diminue lorsqu'on arme le chien; l'effort à faire par le pouce diminue donc aussi, puisqu'il est toujours la même fraction de F , le $\frac{1}{3}$ par exemple.

Cette diminution est voulue; car, à l'abattu, la position que prend le pouce, par rapport à la main, pour armer le chien, lui permet de produire le maximum d'action; tandis qu'au bandé, il produit un effet moindre en agissant plus latéralement. Il se fatigue d'ailleurs assez rapidement.

C'est par l'emploi de la chaînette qu'on est arrivé à diminuer cet effort pendant la levée du chien.

Sans chaînette, le contraire aurait lieu; l'effort à faire augmenterait avec l'augmentation de résistance du ressort. L'armé se produirait avec peine; la platine serait dure.

TRAVAIL DE PERCUSSION

Ce travail est évidemment fourni par le ressort; il s'emmagasine sous forme de puissance vive dans les pièces en mouvement, notamment dans le chien, et se dépense pendant le choc qui détermine l'inflammation de l'amorce.

Or, le travail utilisable du ressort est égal à l'intensité moyenne de sa force multipliée par le chemin que parcourt l'extrémité D de la branche motrice, du bandé au rebondissant. Soient 22 k. cette force au bandé, 16 au rebondissant et $8^{\text{m}}/100$ l'arc que décrit D. Avec ces données, le travail sera :

$$\frac{22 + 16}{2} \times 0,008 = 0 \text{ kilogrammètre } 152.$$

Mais ce travail transmis au ressort pendant l'armé du chien ne se dépense pas entièrement pendant l'action du choc; une partie est détruite par les résistances de frottement des pièces en mouvement et par le jeu du mécanisme du rebondissant. On peut calculer le travail de frottement en déterminant, comme il suit, les résistances passives. On fixe, à la tête du chien, un poids juste suffisant pour équilibrer la force du ressort dans sa position moyenne; puis on ajoute un excès de poids, également juste suffisant pour entraîner le chien en faisant disparaître la résistance au départ par un léger choc sur la tête du chien. Cet excès de poids représente le double des résistances passives (1). En effet, soient P la charge sur la tête du chien nécessaire pour équilibrer l'action F du ressort, p le supplément de poids qu'il faut ajouter à P pour vaincre la force du ressort et les résistances de frottement q .

On peut écrire :

$$\begin{aligned} F &= P + q \\ P + p &= F + q, \end{aligned}$$

(1) On peut objecter que, quand le chien est chargé d'un poids qui équilibre l'action du ressort, les pressions sur les axes sont plus élevées et les résistances passives plus grandes. Ce serait vrai sans l'inertie de la masse mobile; mais alors la durée de chute du chien serait nulle. En réalité, cette chute demande un certain temps pour s'effectuer; c'est qu'elle est retardée par l'inertie des pièces en mouvement qui s'oppose à ce mouvement en agissant dans le sens du poids P et comme P en augmentant la pression sur les axes. A la rigueur, toutefois, il faudrait déduire de l'inertie totale celle de la branche libre du ressort.

et, en additionnant,

$$F + P + p = P + q + F + q,$$

ou, après simplification,

$$p = 2q;$$

$$\text{d'où } q = \frac{P}{2}.$$

On obtiendra, par suite, le travail que les résistances de frottement absorbent en multipliant la moitié $\frac{p}{2}$ de l'excès de poids par le chemin que doit parcourir, pendant la tombée du chien, le point où se trouve attaché le poids P.

Plusieurs essais faits sur une bonne platine encastrée ont donné une moyenne de 0 k. 550, dont le travail correspondant est $0,030 \times 0,550 = 0,016$ kilogrammètre.

Au rebondissant, la quantité de travail disponible, pour cette platine, est donc de :

$$0,152 - 0,016 = 0,136.$$

En négligeant la perte occasionnée par le rebondissant, c'est ce travail qui est dépensé pendant l'action du choc.

Pression moyenne sur la douille par le percuteur. — Il faut connaître la profondeur du trou produit dans la douille par le percuteur. On la mesure assez exactement en remplissant ce trou de plomb dont on enlève avec précaution l'excédent. On retire ensuite le bouton et on mesure son épaisseur au micromètre. Avec diverses douilles de même fabrication, nous avons trouvé une moyenne de $0^{\text{mm}}/9$.

Si nous représentons par P la pression moyenne du percuteur sur le cuivre, le travail de percussion sera :

$$P \times 0,0009.$$

En égalant ce travail à celui que possède le chien au commencement du choc, on aura

$$0,136 = P \times 0,0009,$$

$$\text{d'où } P = \frac{0,136}{0,0009} = 151 \text{ k.}$$

ou, en nombre rond, 150 k. Telle est, d'après les chiffres précédents, la pression moyenne du percuteur sur le cuivre de la douille.

CAUSE DE L'EXPLOSION DE L'AMORCE

On dit que le choc produit l'explosion ; mais ce mot choc a une signification vague qui peut même faire naître des idées erronées sur cette question de l'explosion.

En réalité, la cause de l'explosion est une élévation subite de température due à la chaleur produite par le choc ou mieux par la transformation en chaleur du travail mécanique qui disparaît, en tant que travail, pendant ce choc.

On sait, en effet, qu'à une disparition de travail correspond un dégagement de chaleur. En d'autres termes, l'énergie qui disparaît sous forme de travail, se retrouve sous forme de chaleur. On sait aussi qu'un travail de 425 kilogrammètres produit 1 000 calories-grammes de chaleur.

La quantité de chaleur qui prendra naissance par le choc de la platine que nous étudions sera donc de

$$\frac{1\,000 \times 0,136}{425} = 0 \text{ cal. gr. } 32.$$

Cette quantité de chaleur est faible ; elle pourrait à peine élever de 1° la température de 0,3 de centimètre cube d'eau ; mais comme elle se dégage en un temps extrêmement court, sur une très petite surface, et dans une matière de faible chaleur spécifique, elle est suffisante pour élever de plusieurs centaines de degrés la température de l'élément cuivre en contact avec l'amorce.

On conçoit que la durée de la percussion doit influencer considérablement sur la température produite par une même quantité de chaleur ; car cette chaleur se transmet rapidement par conductibilité à toute la masse métallique. Il s'ensuit que si le temps de la percussion augmente, la température produite par une même quantité de chaleur devient moindre. De telle sorte qu'un chien de faible masse, mais animé d'une grande vitesse, peut déterminer aussi sûrement l'explosion de la cartouche qu'un chien de masse beaucoup plus grande mais s'abattant plus lentement sur le percuteur.

On construit un appareil, à l'Ecole, pour démontrer pratiquement cette influence de la vitesse sur la percussion. Nous

préparons également un autre appareil qui nous permettra de mesurer, avec assez de précision, en prenant pour unité de temps la durée d'une vibration d'un diapason, la vitesse du chien à son arrivée sur le percuteur.

ÉTUDE D'UN PROJET DE PLATINE

A cause des nombreux éléments qui interviennent dans l'étude d'un projet de platine, et des relations complexes entre les effets qu'ils produisent, il est impossible, partant de quelques-uns de ces éléments, de déterminer successivement tous les autres par des opérations algébriques ou des constructions graphiques. Ce n'est que par approximations successives et des tâtonnements pour lesquels on est d'ailleurs guidé par les relations précédemment démontrées, qu'on peut arriver à établir un projet de platine, d'après quelques données principales.

Ce que l'on recherche avant tout est :

- 1° Transmettre au chien une somme de travail suffisante pour assurer, par le choc, l'inflammation de la capsule ;
- 2° Limiter à un maximum l'effort nécessaire pour soulever le chien au rebondissant et au bandé ;
- 3° Donner des dimensions limites aux diverses pièces, de façon que, dans leur mouvement, elles ne puissent jamais dépasser le corps de la platine que l'on dessine à l'avance.

Conditions à remplir. — Donnons-nous d'abord la pièce principale, le ressort, dont la longueur de la branche motrice sera approximativement de $54^m/m$ et la puissance, pour une course de $7^m/m$, de 0 kilog^{re} 130. Sa force moyenne entre le rebondissant et le bandé s'obtiendra en divisant 0^k,130 par 0,007 ; elle sera de 18^k,6. Soit, par exemple, 15^k,8 au rebondissant et 21,4 au bandé.

Fixons maintenant l'effort nécessaire à la levée du chien à 6^k,5 au rebondissant et à 4^k au bandé. La longueur du levier du chien étant supposée égale à 3 fois la longueur du levier moteur de la noix, nous aurons pour la force en A, au rebondissant et au bandé :

$$F' = 6,5 \times 3 = 19,5,$$

$$F'_i = 4 \times 3 = 12.$$

Soient enfin $l = 11^m/m$ et angle $\text{AOC} = 35^\circ$.

Les données provisoires et approximatives sur lesquelles nous allons opérer sont donc :

Longueur du levier de la noix.....	$l = 11^m/m$
Longueur de la branche motrice du ressort.....	$p = 54^m/m$
Angle de tombée du chien.....	$\text{AOC} = 35^\circ$
Puissance du ressort.....	$P = 0^{\text{k}} 130$
Course de l'extrémité D du ressort.....	$DD' = 7^m/m$

$$\begin{array}{ll} F = 21,4 & F' = 12 \\ F_i = 15,8 & F'_i = 19,5 \end{array}$$

Détermination de l'inclinaison de la chaînette sur la noix. — Nous voyons que la force F' en A doit varier de 19,5 à 12. Or, l'élément qui contribue dans la plus large mesure à étendre les limites de la variation de F' est l'angle a d'inclinaison de la chaînette sur la noix. Nous allons déterminer cette inclinaison par le calcul de OH au bandé (OH, longueur de la portion de OC comprise entre O et la chaînette).

De la formule

$$F' = F \times \frac{p}{l} \times \frac{\text{OH}}{d - \text{OH}},$$

on tire OH, par les transformations suivantes :

Diviser les deux membres de l'équation par $F \times \frac{p}{l}$,

$$\frac{F' \times l}{F \times p} = \frac{\text{OH}}{d - \text{OH}};$$

Faire disparaître OH au dénominateur du 2^{me} rapport, en ajoutant, pour chacun d'eux, le numérateur au dénominateur,

$$\frac{F' \times l}{F \times p + F' \times l} = \frac{\text{OH}}{d - \text{OH} + \text{OH}} = \frac{\text{OH}}{d};$$

$$\text{D'où OH} = d \frac{F' \times l}{F \times p + F' \times l} \quad (1)$$

Cette expression de la valeur de OH contenant l'inconnue d , on tire cette inconnue de l'équation de F'_i au rebondissant.

$$F'_1 = F_1 \frac{p}{d - l}$$

ou $F'_1 \times d - F'_1 \times l = F_1 \times p$

$$\text{et } d = \frac{F_1 \times p + F'_1 \times l}{F'_1}.$$

En remplaçant les lettres par leurs valeurs respectives, on obtient

$$d = \frac{15,8 \times 54 + 19,5 \times 11}{19,5} = 54,75.$$

Tous les éléments de la formule de OH sont alors connus ; en introduisant les nombres qui expriment leurs grandeurs, dans cette formule, on obtient

$$OH = 54,75 \frac{12 \times 11}{21,4 \times 54 + 12 \times 11} = 5,59.$$

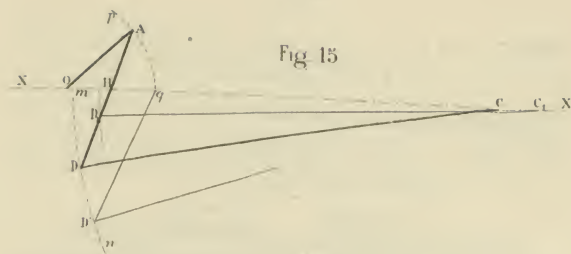
Nous allons maintenant essayer ces deux valeurs au moyen d'une construction graphique.

Sur une ligne indéfinie XX' (Fig. 15), nous portons à une échelle de $\frac{1}{2}$ la distance 54,75 entre les axes O, C ; ensuite de O nous menons une ligne OA de $11 \times \frac{1}{2} = 5,5$ et faisant avec OC un angle de 35° ; puis de O nous traçons l'arc $p q$ avec le rayon OA , et de C , l'arc $m n$ avec un rayon de $54 \times \frac{1}{2} = 27$. Enfin de O , nous portons une longueur OH égale à trois fois la moitié de 5,59.

En joignant A à H par une droite qu'on prolonge jusqu'à l'arc $m n$, on obtient la longueur AD de la chaînette et la direction DC de la branche motrice du ressort.

On voit que cette disposition est vicieuse : la chaînette est trop longue ; le ressort sortirait du corps de la platine. Il faut donc modifier les données provisoires.

On maintiendra le ressort dans les limites du corps de platine, sans toucher à l'inclinaison de la chaînette sur OA , en le déplaçant purement et simplement vers la droite, ce qui permet de rapprocher son extrémité libre D de OC et de la placer en un point convenable D_1 . Mais ce déplacement augmente la longueur de OC qui, mesurée sur la figure, devient 58 $\frac{m}{m}$, et cette augmentation de longueur de OC entraîne des modifications aux autres éléments dont nous allons fixer ou déterminer les valeurs nouvelles.



Tout à l'heure, nous avions

$$54,75 = \frac{F_1 \times p + F'_1 \times l}{F'_1},$$

avec les anciennes données. Il faut que nous modifions ces données pour avoir

$$58 = \frac{F_1 \times p + F'_1 \times l}{F'_1}.$$

Nous ferons grandir la valeur de cette expression en augmentant F_1 , p et l et en diminuant F'_1 sans être tenu, toutefois, de les faire varier toutes ; on peut se borner à 1, 2 ou 3 d'entre elles.

Nous remarquerons qu'on peut aisément augmenter la longueur du ressort de quelques millimètres, de 2 par exemple, un vers la droite qui portera la longueur de OC à 59, et un vers la gauche ; qu'on peut aussi diminuer F'_1 , puisque 19,5 est un maximum. Augmentons également l de 1 millimètre et portons F_1 de 15,8 à 16 ; puis, calculons, d'après cela, la valeur qu'il faut donner à F'_1 pour avoir :

$$59 = \frac{F_1 \times p + F'_1 \times l}{F'_1}.$$

La formule

$$F'_1 = F_1 \times \frac{p}{d - l}$$

donne :

$$F_1 = 16 \times \frac{56}{59 - 12} = 19,1.$$

Les données modifiées deviennent alors :

$$\begin{aligned} d &= 59 \\ l &= 12 \\ p &= 56 \\ F &= 21,4 & F' &= 12 \\ F_1 &= 16 & F'_1 &= 19,1 \end{aligned}$$

Ces nombres introduits dans l'expression (1) donneront la nouvelle valeur correspondante de OH et l'inclinaison de la chaînette.

$$\begin{aligned} OH &= d \frac{F \times l}{F \times p + F' \times l} \\ \text{ou } OH &= 59 \frac{12 \times 12}{21,4 \times 56 + 12 \times 12} = 6,33. \end{aligned}$$

On fera comme précédemment un nouveau tracé avec ces valeurs. Il nous reste enfin à voir si la course de la branche motrice du ressort est de 7 millimètres. Sa mesure sur le tracé donne 6 millimètres 8. On pourra la porter à 7 en augmentant légèrement la course du chien.

Confection du ressort. — On confectionne le ressort avec la longueur trouvée de 56 millimètres pour la grande branche. La longueur de la petite dépendra du système de platine adopté et du genre de rebondissant. Par la mesure de la force et des dimensions de quelques ressorts que l'on peut avoir à sa disposition, on sera renseigné sur la largeur et l'épaisseur à donner aux branches.

Comme il n'est pas possible, néanmoins, d'arriver exactement aux forces fixées à l'avance au rebondissant et au bandé, on essayera ce ressort une fois terminé et, dans le cas où il s'en éloignerait trop, on en construirait un autre en modifiant les épaisseurs et l'écartement des branches.

Nous voyons, par cet exemple, ainsi qu'il a été dit plus haut, que l'étude d'un projet de platine se fait en partie par tâtonnements. Les formules et constructions graphiques dirigent dans ces tâtonnements, en montrant, par les effets produits, quels sont les éléments qu'il convient de modifier de préférence. Elles permettent enfin de déterminer quel-

ques-uns d'entre eux en fonction des autres pour arriver à peu près exactement au but qu'on se propose.

On comprendra aisément que, sans ces formules, si l'on n'était pas guidé, d'autre part, par les résultats qu'a fournis une longue pratique, il ne serait possible d'établir une platine qu'à la suite de très nombreux essais sur des pièces que l'on devrait, au préalable, construire et monter. Le travail serait extrêmement long et fort coûteux.

ETUDE DU SYSTÈME DE REBONDISSANT

DANS LEQUEL LA NOIX EST SOULEVÉE PAR LA PETITE BRANCHE DU RESSORT

Nous terminons ce travail par l'étude de l'ingénieux rebondissant, employé dans la platine encastree, où le ressort moteur même, par sa petite branche, relève le chien en agissant sur la noix.

La Fig. 16 représente la position des pièces au rebondissant. CD' est la grande branche du ressort, BC la petite qui vient s'appuyer sur l'arrêt ou rempart P. Ce ressort peut se mouvoir librement de haut en bas en tournant autour de l'axe C₁.

Le bras de levier moteur de la noix est prolongé à droite du point d'attache de la chaînette et vient frapper, pendant la tombée du chien et après avoir dépassé la position au rebondissant, sur le talon B de la petite branche qu'il entraîne. Quand la force vive du système mobile est épuisée, la petite branche à son tour relève la noix et le chien.

A partir du moment où la noix a déplacé la petite branche en l'éloignant de son arrêt P, deux forces antagonistes agissent sur elle; l'une A'F', provenant de l'action de la branche motrice tend à la faire descendre, et l'autre BG provenant de l'action de la petite branche agit en sens inverse. Pour que le rebondissant se produise, il faut évidemment que cette dernière l'emporte sur l'autre.

Déterminons les valeurs relatives de ces deux forces :

Une force D'F₁ de 16^k détermine une action A'F', en A' de 19^k,1 (page précédente). Cette force de 19^k,1 transportée en B à l'extrémité du levier OB aura une intensité moindre,

et si OB est supposé égal au $\frac{5}{4}$ de OA', cette intensité sera les $\frac{4}{5}$ de 19^k,1 ou 14^k,3.

donnée du rapport $\frac{\sin a}{\sin v}$, on augmentera la force du rebondis-

sant : 1° en faisant grandir le rapport $\frac{D'C_1}{L C_1}$, ou ce qui revient au même en augmentant la différence entre les deux lignes $D'C_1$ et $L C_1$, par le déplacement de l'axe C_1 vers la gauche ; 2° en diminuant le rapport $\frac{A'O}{B O}$ par l'éloignement de B de A' .

Au contraire, on rendrait cette force plus faible en transportant C_1 à droite et en rapprochant B de A' .

Détermination de la position de C_1 et de la position de B pour une force donnée f du rebondissant. — Nous écrivons :

$$BG - BG' = f,$$

et, en remplaçant BG et BG' par leurs valeurs respectives (1) et (2) :

$$F_1 \times \frac{D'C_1}{L C_1} - F_1 \times \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{A'O}{B O} = f. \quad (4)$$

Les deux rapports inconnus $\frac{D'C_1}{L C_1}$ et $\frac{A'O}{B O}$ n'ayant aucune relation entre eux, cette équation est indéterminée. Nous ne pouvons donc la résoudre qu'en nous donnant un de ces rapports, soit le rapport $\frac{A'O}{B O}$; ou, ce qui revient au même, en nous donnant la position du point B.

Ceci fait, nous allons représenter par x la longueur $L C_1$ ou son égale BC_1 ; $D'C_1$ vaudra $x + D'L$ ou $x + BI$; mais $BI = BO - OI$ et $OI = OC - IC$, ou en employant la notation précédente

$$BI = BO - (d - p) = BO - d + p.$$

Nous aurons donc

$$F_1 \times \frac{x + BO - d + p}{x} - F_1 \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{A'O}{B O} = f,$$

et successivement

$$F_1 + F_1 x (BO - d + p) - F_1 \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{A'O}{B O} \times x = f x$$

$$F_1 (BO - d + p) = f x - F_1 x + F_1 \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{A'O}{B O} \times x,$$

$$x = \frac{F_1 (BO - d + p)}{f - F_1 + F_1 \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{A'O}{B O}}. \quad (5)$$

Exemple numérique. — Prenons les mêmes données que dans les calculs précédents ou $F_1 = 16$, $l = 12$, $d = 62,50$ $p = 57$ et $F_1 \frac{\sin a}{\sin v} = 19,1$ et supposons que B, aussi rapproché que possible de A' , en soit à $2^m/m,50$. Donnons enfin à f , ou force du rebondissant, une valeur de $3^s,50$.

Après introduction de ces nombres dans la formule (5), on a

$$x = \frac{16 (14,50 - 62,50 + 57)}{3,50 - 16 + 19,10 \times \frac{12}{14,50}} = 43,60.$$

L'axe C_1 devra ainsi se trouver à $43^m/m,60$ de B ou à $43,60 + 14,50 = 58,10$ du point O.

Si l'on obtenait $x = 62,50 - 14,50 = 48^m/m$, le point C_1 se confondrait avec C et nous aurions le plus faible rebondissant possible pour $AB' = 2,50$, car avec $x > 48$ l'axe C_1 serait en dehors du ressort.

Cherchons la valeur de ce plus petit rebondissant.

Dans ce cas on a :

$$D'C_1 = D'C = p \text{ et } L C_1 = LC = BC = d - OB.$$

Ces nouvelles grandeurs transportées avec les précédentes dans la formule (4) donnent

$$f = 16 \times \frac{57}{62,50 - 14,50} - 19,1 \frac{12}{14,50},$$

$$f = 19 - 15,60 = 3^s,4.$$

Cette force minimum du rebondissant avec $AB = 2^m/m,5$ est encore trop grande ; il n'est pas utile qu'elle soit de plusieurs kilogr. pour soulever le chien. Elle diminue inutilement la puissance d'action sur le chien et peut être la cause de ratés. Il est donc bon de la rendre plus faible en dimi-

nuant la longueur de A'B. On ne comprend donc pas pourquoi les platineurs l'augmentent encore en disposant l'axe C₁ sur la petite branche, à une certaine distance de C.

Le ressort se bande quand la branche supérieure est entraînée par la noix. — Il reste à démontrer, ce qui d'ailleurs paraît évident, que la noix bande le ressort lorsqu'elle entraîne sa branche supérieure et c'est en se détendant qu'il relève la noix et le chien. Il faut ainsi mettre en évidence que, pour un déplacement BB' de l'extrémité B de la petite branche, le déplacement correspondant Lm du point L est moindre, alors l'arc B'm sera plus petit que l'arc BL; leur différence sera la quantité dont les deux branches se seront rapprochées.

Evaluons les deux arcs BB' et Lm en fonction du même arc D'D'' pris pour unité.

Nous aurons :

$$1^{\circ} \frac{\text{Arc BB}'}{\text{Arc A'A}''} = \frac{\text{BO}}{\text{A'O}}$$

$$\text{et arc BB}' = \text{arc A'A}'' \times \frac{\text{BO}}{\text{A'O}}. \quad (6)$$

Le déplacement A'A'' étant supposé très petit, on a d'autre part (page 22) :

$$\frac{\text{Arc A'A}''}{\text{Arc D'D}''} = \frac{F_1}{F'_1}$$

$$\text{et arc A'A}'' = \text{arc D'D}'' \times \frac{F_1}{F'_1}$$

Cette valeur portée dans la formule (6) donne :

$$\text{Arc BB}' = \text{arc D'D}'' \times \frac{F_1}{F'_1} \times \frac{\text{BO}}{\text{A'O}}. \quad (7)$$

$$2^{\circ} \frac{\text{Arc Lm}}{\text{Arc D'D}''} = \frac{\text{LC}_1}{\text{D'C}_1},$$

$$\text{ou arc Lm} = \text{arc D'D}'' \times \frac{\text{LC}_1}{\text{D'C}_1}. \quad (8)$$

Or, nous avons vu, page 43, formule (3) que la condition du rebondissant était d'avoir :

$$F_1 \times \frac{\text{D'C}_1}{\text{LC}_1} > F'_1 \frac{\sin a}{\sin v} \times \frac{\text{A'O}}{\text{BO}},$$

$$\text{ou } F_1 \times \frac{\text{D'C}_1}{\text{LC}_1} > F'_1 \times \frac{\text{A'O}}{\text{BO}},$$

$$\frac{\text{D'C}_1}{\text{LC}_1} > \frac{F'_1}{F_1} \times \frac{\text{A'O}}{\text{BO}}.$$

Enfin, en renversant ce rapport :

$$\frac{\text{LC}_1}{\text{D'C}_1} < \frac{F_1}{F'_1} \times \frac{\text{BO}}{\text{A'O}}. \quad (9)$$

Nous venons de voir qu'on obtient l'arc Lm en multipliant l'arc D'D'' par $\frac{\text{LC}_1}{\text{D'C}_1}$ (8), et qu'on obtient l'arc BB' en multipliant le même arc D'D'' par le facteur $\frac{F_1}{F'_1} \times \frac{\text{BO}}{\text{A'O}}$.

Ce dernier facteur étant plus grand que l'autre, l'arc BB' sera plus grand que l'arc Lm et le ressort se tendra.

Travail absorbé par le rebondissant. — Il est égal à la force moyenne du rebondissant BG — BG' multipliée par le chemin parcouru BB'. — Dans l'exemple précédent où cette force est supposée égale à 3^k,5, ce travail pour un parcours de 2 millimètres serait

$$3,5 \times 0,002 = 0^k,007.$$

A ce travail il faudrait encore ajouter celui du ressort du percuteur.

CONCLUSION

Nous n'avons certes pas la moindre prétention de croire que cette étude, dans le cas où elle serait nouvelle, peut contribuer à modifier les platines telles qu'on les construit actuellement et que l'on considère assez généralement comme parfaites. Il peut se faire, en effet, que, même en dehors de connaissances théoriques, une longue pratique et de nombreux essais aient amené les armuriers à des formes et combinaisons très satisfaisantes, sinon parfaites. Néanmoins, je ne puis m'empêcher de présenter cette remarque : A chaque état d'une machine dans ses transformations qui résultent de perfectionnements successifs, on est assez disposé à croire que le dernier degré de la perfection est atteint.

C'est ainsi qu'on s'extasiait, il y a 50 ou 60 ans, devant les monumentales machines à vapeur, à balancier, avec leurs énormes colonnes de tout ordre dessinées par des architectes. Ces machines travaillées et polies jusqu'aux moindres détails par des ouvriers habiles, de véritables artistes, étaient souvent des chefs-d'œuvre, et de nombreux praticiens s'imaginaient volontiers qu'on ne pouvait guère faire mieux.

Cependant, quand on les compare à celles d'aujourd'hui, on est étonné, avec raison, des progrès réalisés et du chemin parcouru. Rien n'est parfait, pas plus la platine du fusil que le fusil lui-même et que la machine à vapeur ; des perfectionnements sont toujours possibles.

Si la connaissance théorique et approfondie du mécanisme de la platine ne peut apporter toutefois des améliorations dans les formes actuelles, elle fait au moins voir clairement ce qu'est le mécanisme, en même temps qu'elle dirige dans les recherches et essais, en montrant à l'avance le résultat que produit telle modification à une pièce, ou en indiquant ce qu'il y a à faire pour obtenir tel résultat que l'on désire.

Saint-Etienne, le 15 janvier 1896.